

УДК 630.383

КРИВАЯ «НОВОГО ТИПА» ИЛИ КАДИОДИДА, ТОРМОЗНАЯ КРИВАЯ И КЛОТОИДА

П.В. Тихомиров, В.В. Швецова, И.А. Саранов, Р.С. Сапелкин, А.Н. Брюховецкий, Е.Д. Щербаков

Статья посвящена криволинейным участкам, во многом определяющим уровень технико-экономических показателей и безопасности движения транспорта. Разбивке подлежат петлеобразные и прямые левоповоротные съезды, характеризующиеся сложным сочетанием горизонтальных и вертикальных кривых. В качестве вертикальной кривой чаще всего здесь применяется квадратная парабола, горизонтальными кривыми являются наиболее отвечающие реальным условиям движения на левоповоротных съездах – тормозные кривые (серпантин). Представляют интерес плоские пространственные закругления. Эти участки образованы соединением горизонтальной и вертикальной кривых в единую плоско-пространственную кривую. Разбивка таких закруглений непроизводительно делится на вертикальную и горизонтальную. Проектно-изыскательские работы на существующих автомобильных дорогах производятся в основном традиционными геодезическими методами. Таким образом, целью геодезических измерений является пополнение топографической информации о дороге разнообразными данными, связанными с определением геометрических элементов, технико-эксплуатационных показателей и других параметров дороги, которые необходимы проектировщику для принятия оптимального решения. Используя же полученную в результате обработки информацию о дороге в камеральных условиях без дополнительных геодезических работ на объекте исследования. Тем более, что современные достижения в области компьютерных технологий позволяют полностью автоматизировать камеральные процессы, связанные с обработкой материалов наземной стереофотограмметрии.

Ключевые слова: тормозная кривая, центробежная сила, траектория, кривизна, клотоида, кривая, радиус кривизны, элементы тормозной кривой.

Введение

В современном мире особую часть проектирования и разбивки дорожных закруглений занимают переходные кривые, служащие для смягчения влияния центробежной силы, появляющейся при переходе автомобиля с прямолинейного участка на круговой. В рамках данного исследования были выбраны наиболее распространенные математические кривые – клотоида, кадиодида (кривая «нового типа»), тормозная кривая. Данный класс математических кривых имеет свою область применения. Несомненно, целью применения криволинейных участков на практике является повышение уровня технико-экономических показателей и обеспечение безопасности движения транспорта. Одна из основных задач исследования - получение математических зависимостей для определения оптимальных геометрических параметров криволинейных участков лесовозных автомобильных дорог. Кроме того, вопросу о горизонтальных и вертикальных кривых посвящено немало исследований.

Методы и материалы

Белятынским А.А. предложена кривая, характеризующая плавным изменением углового ускорения, что благоприятствует условиям и безопасности движения на кривой. Расчет разбивочных данных этой кривой может быть произведен по уравнениям в прямоугольной системе координат, которые представлены в таком виде:

$$x = \frac{15}{8} R_c \beta \int_0^t \cos \beta t^3 (10 - 15t + 6t^2) dt \quad (1)$$

$$y = \frac{15}{8} R_c \beta \int_0^t \cos \beta t^3 (10 - 15t + 6t^2) dt \quad (2)$$

где R_c – радиус в середине кривой, β – угол поворота; $t = S/L$, где L – длина кривой, S – расстояние от начала кривой до текущей точки.

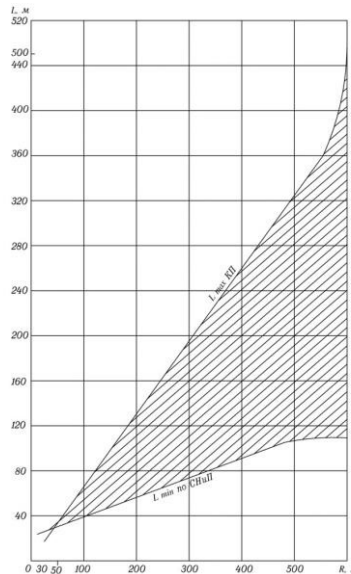


Рис. 1. График ограничений длины кубической параболы (КП) в зависимости от радиуса кривой вставки

При создании этой кривой был предложен новый подход к проектированию переходных кривых для постоянной скорости движения – не выбиралась и не приспособлялась какая-либо известная математическая кривая к условиям движения, но было выведено уравнение новой кривой исходя из реальных условий динамики криволинейного движения транспортной единицы с постоянной линейной скоростью.

Для переменной скорости с подобным подходом были выведены автором уточненные параметрические уравнения тормозной кривой:

$$x = S - \frac{u^2}{4k} \gamma^5 \left(\frac{1}{5} - \frac{\gamma}{18} - \frac{\gamma^2}{10} \right) \quad (3)$$

$$y = \frac{u}{3k} \gamma^3 \left(1 + \frac{\gamma}{4} - \frac{\gamma^2}{10} + \frac{\gamma^3}{4} - \frac{\gamma^4}{56} u^2 \right) \quad (4)$$

$$\gamma = \sqrt{1 + kS} - 1 \quad (5)$$

$$k = \frac{2a}{V_0^2} \quad (6)$$

$$u = \frac{2V_0 - g}{a(V_R - V_0)9.8} \quad (7)$$

где S – расстояние от начала кривой до ее точки, V_0 и V_R – скорости в начале и конце кривой; a – замедление или ускорение.

Подробные исследования, обоснование и вывод уточненных параметрических уравнений тормозной кривой, а также методика разбивки этой кривой будут представлены далее.

Для постоянной скорости движения, несмотря на указанные некоторые преимущества других кривых, в качестве переходной кривой получила наибольшее распространение в практике современного дорожного строительства клотоида.

Тормозная кривая, учитывающая реальное изменение скорости в пределах кривой, занимает особое положение среди переходных кривых, она имеет в отличие от клотоиды ослабленную кривизну и предписывается действующими СНиП для проектирования на сложных пересечениях в целях уменьшения общей площади размещения узла и в целях повышения безопасности движения. Тормозные кривые описаны во многих литературных источниках [1, 2, 3, 4]. Бабков В.Ф. отмечает, что на безопасность движения «наибольшее влияние оказывает не размер радиуса кривой левоповоротного съезда, а обеспечение плавности изменения скорости при переходе с проезжей части дороги на съезд.

Однако, на основании исследований автора установлено, что параметрические уравнения для разбивки тормозных кривых [5, 6, 7, 8, 9] не соответствует оптимальной траектории входа автомобилей на съезды и выхода из них в равномерными ускорением замедлением. Рассмотрим эти уравнения (рисунок 2):

$$x = S - CS^5 \tag{8}$$

$$y = DS^3 - ES^7 \tag{9}$$

$$R = \frac{V_R^2}{2} \tag{10}$$

$$C = \frac{a^2}{10(V_R - V_0)^2 V_0^6}; \tag{11}$$

$$D = \frac{3(V_R - V_0)V_0^3}{a^3}; \tag{12}$$

$$E = \frac{42(V_R - V_0)^3 V_0^9}{a^3}; \tag{13}$$

где S – расстояние от начала кривой до текущей ее точки; $a = (V_R - V_0)/t$ -замедление или ускорение; $t = L/V_{cp}$ - время движения по кривой, имеющей длину L с конечным радиусом R ;

$$a = \frac{V_R^2 - V_0^2}{2L} \tag{14}$$

V_0, V_R, V_{cp} – скорости (в начале кривой, в конце и средняя).

Разбиваемые по формулам (13), не способствуют в полной мере безопасности движения на кривой. С помощью переходной кривой должно достигаться плавное изменение радиуса от величины ∞ до R и, соответственно, плавное изменение центробежной силы $\Pi = mV^2/R$, действующей на автомобиль в общем и лесовозный автопоезд в частности, однако можно показать, что автомобилидвигающиеся от точки НПК по траектории тормозной кривой, разбиваемой по формулам (13), в точке КПК стыка переходной с круговой кривой находятся в аварийной ситуации поскольку получают резкий боковой толчок центробежной силы, достигающей величины более 12 % веса автомобиля (при $g=9,81m/c^2$). Иными словами, указанная кривая (13), применяемая на развязках в настоящее время не выполняет своих прямых функций. Это явление сильно снижает безопасность движения, требования к безопасности особенно велики, увеличивает износ ходовой части автомобиля и дорожного покрытия и кроме всего прочего создает дискомфорт.

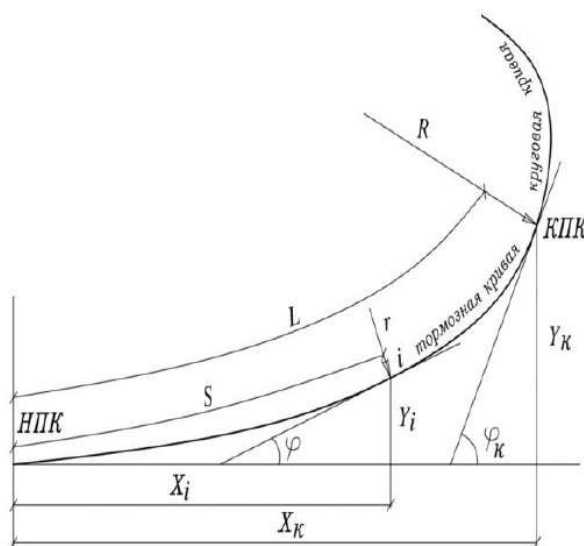


Рис. 2. Элементы тормозной кривой

Проанализируем уравнения (13). Эти уравнения выведены из исходной несколько преобразованной формулы тормозной кривой предложенной Блашке В., выражающей радиус кривизны в текущей точке кривой в функции от расстояния S по кривой до этой точки:

$$r = \frac{(V_0^2 - 2aS)(V_R - V_0)}{2(\sqrt{V_0^2 - 2aS} - V_0)} \tag{15}$$

В этой формуле величина a для частного случая замедления взята по абсолютной величине, и в ней сокращена величина $\frac{9,8}{g}$, что повлияло на размерность. В конце переходной кривой, где $S=L$ и $r=R$, формула (15) приобретает вид:

$$R = \frac{V_R^2}{2} \quad (16)$$

По формуле (16) проектируется радиус последующей круговой кривой [5, 8, 10]. Следовательно, параметрические уравнения (13) должны описывать переходную кривую, имеющую в конечной своей точке, в точке стыка с круговой кривой, радиус кривизны $R = \frac{V_R^2}{2}$. Определим, чему же в действительности в конечной точке равен радиус кривизны кривой (13) с помощью известной в дифференциальной геометрии формулы, определяющей радиус кривизны кривой:

$$r = \frac{1}{\sqrt{(x'')^2 + (y'')^2}} \quad (17)$$

Дифференцируем дважды x и y формул (13)

$$x' = 1 - 5CS^4; \quad (18)$$

$$x'' = -20CS^3; \quad (19)$$

$$y' = 3DS^2 - 7ES^6; \quad (20)$$

$$y'' = 6DS - 42ES^5 \quad (21)$$

Представим коэффициенты D , C и E уравнений (13) в следующем виде:

$$D = \frac{a}{3(V_R - V_0)V_0^3}; \quad C = 0,9D^2; \quad E = \frac{9}{14}D^3 \quad (22)$$

Подставим полученные значения в (21):

$$r = \frac{1}{\sqrt{(6DS - 42ES^5)^2 + 400C^2S^6}} = \frac{1}{\sqrt{36D^2S^2 + 729D^6S^{10} - 324D^4S^6 + 324D^4S^6}}$$

или в конечной точке тормозной кривой, где $S=L$, $r=R$:

$$R = \frac{1}{6DL} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+20,25(DL^2)^4}} \quad (23)$$

Покажем, что второе слагаемое под корнем выражения (23) является величиной пренебрегаемо малой по сравнению с первым слагаемым – единицей. Указанное слагаемое $20,25(DL^2)^4$ с учетом значения D из (22) и выражения (19) представим в виде:

$$20,25(DL^2)^4 = 20,25 \left(\frac{L(V_R + V_0)}{6V_0^3} \right)^4 \quad (24)$$

Отсюда видно, что максимальное значение полученной величины (24) будет достигнуто наименьшем V_0 , при максимальной сумме $(V_R + V_0)$ и при максимальной в этом случае длине L . Наименьшая скорость V_0 перед входом на съезд, при наименьшей расчетной скорости на съезде 36 км/ч (10 м/с), равна

$$V_{0min} = 45 \text{ км/ч} \quad (25)$$

Так как при изменении расчетной скорости на переходной кривой менее, чем на 9 км/ч, отпадает необходимость в устройстве тормозной кривой. Учитывая это обстоятельство, максимальная сумма:

$$36 \text{ км/ч} + 45 \text{ км/ч} = 81 \text{ км/ч} = 10 \text{ м/с} + 12,5 \text{ м/с} = 22,5 \text{ м/с} \quad (26)$$

Длина тормозной кривой L при указанных скоростях, учитывая (27), приобретает максимальное значение при минимальном значении $|a|_{min} = 0,3 \text{ м/с}^2$ [5, 8]:

$$L_{max} = \frac{V_R^2 - V_0^2}{2a} = \frac{10^2 - (12,5)^2}{-0,6} = 93,75 \text{ м} \quad (28)$$

Учитывая (26), (27) и (28), величина (24) приобретает значение 0,02, то есть максимально возможное при проектировании тормозных кривых второе слагаемое под корнем выражения (23) равно 0,02, что дает основание полагать с точностью до 1м:

$$R = \frac{1}{6DL} \quad (29)$$

Подставляя значение D из (22) и значение a из (28), получим:

$$R = \frac{3(V_R - V_0)V_0^3}{6a} * \frac{2a}{V_R^2 - V_0^2} = \frac{V_0^3}{V_R + V_0} \quad (30)$$

Таким будет радиус кривизны в конце кривой, описанной уравнениями (13). но в конце кривой, где $S=L$, $r=R$ исходные формулы (15) и (16), из которых выведены уравнения (13), требуют чтобы радиус был равен $R = \frac{V_R^2}{2}$. На самом же деле имеем (30):

$$R = \frac{V_0^3}{V_R + V_0} \neq \frac{V_R^2}{2} \quad (31)$$

Отсюда видно, что уравнения (13) не достаточно соответствуют исходным формулам тормозной кривой (15) и (16), из которых они были выведены, что подтверждается и численными примерами.

Посмотрим, в какой же степени находится указанное несоответствие кривой (13) реальной траектории движения автомобиля, и как оно влияет на режим движения транспортной единицы. Радиус кривизны в конце тормозной переходной кривой R и радиус круговой кривой $R_{кр}$ должны совпадать по величине (по меньшей мере с точностью до 1-2м), однако в точке КПК кривой (13) мы наблюдаем

$$R = \frac{V_0^3}{V_R + V_0} \neq \frac{V_R^2}{2} \quad (32)$$

или

$$R \neq R_{кр} \quad (33)$$

Найдем отношение этих радиусов

$$\frac{R}{R_{кр}} = \frac{2V_0^3}{V_R^2(V_R + V_0)} = \frac{2n^3}{n+1} \quad (34)$$

где

$$n = \frac{V_R}{V_0} \quad (35)$$

Отсюда можно сделать вывод, что чем больше расчетная разница между начальной и конечной скоростями движения на кривой, тем большее несоответствие формул (13) исходной формуле тормозной кривой, тем более далека кривая (13) от реальной траектории движения автомобиля, что и подтверждается численными примерами. Каков же результат указанного несоответствия? Центробежная сила, ν на автомобиль влияющая в конечной точке переходной кривой, разбитой по формулам (13), когда $R = R_{кр} * \frac{2n^3}{n+1}$ при расчетной скорости движения по съезду $V_R = \sqrt{2R}$, равна:

$$\nu = \frac{PV_R^2}{gR_{кр} * \frac{2n^3}{n+1}} * \nu = \frac{PV_R^2}{g * \frac{V_R^2 * 2n^3}{2 * n+1}} * \nu = 0.204p * \frac{n+1}{2n^3} * \nu \quad (36)$$

На круговой кривой в этой же точке $R_{кр} = \frac{V_R^2}{2}$ и центробежная сила равна:

$$\nu_{кр} = \frac{PV_R^2}{g * \frac{V_R^2}{2}} * \nu = 0.204 * P * \nu \quad (37)$$

где ν – коэффициент, снижающий влияние центробежной силы за счет уклона выража i_g :

$$\nu = \frac{\nu - P * i_g}{\nu} = 0,706 \text{ при } i_g = 0,06 \quad (38)$$

Таким образом резкий боковой толчок центробежной силы F , который получает автомобиль на границе между тормозной кривой (13) и круговой при расчетной скорости движения по съезду, равен:

$$F = \nu_{кр} - \nu = 0.204P * \nu - 0.204P * \frac{n+1}{2n^3} * \nu = 0.144P(1 - \frac{n+1}{2n^3}) \quad (39)$$

Если $g=9.8 \text{ м/с}^2$, то толчок силы F достигает 5%, 9%, 12% P - веса автомобиля при $n= 1,2; 1,5; 2,0$ соответственно. Чем больше расчетное изменение скорости, то есть, чем меньше радиус круговой кривой, тем больше угроза безопасности движения на кривой, запроектированной по формулам (13).

График изменений центробежной силы, действующей на автомобиль двигающийся по кривой (13), и затем по круговой кривой съезда, наглядно демонстрирует скачок центробежной силы F в точке сопряжения переходной и круговой кривых (рисунок 3). Во избежание этого

толчка автомобили вынуждены, как показывают исследования работ [5, 11, 8], резко снижать скорость до величины ниже расчетной на съезде и выезжать на обочину, что влияет опять-таки на безопасность движения и пропускную способность.

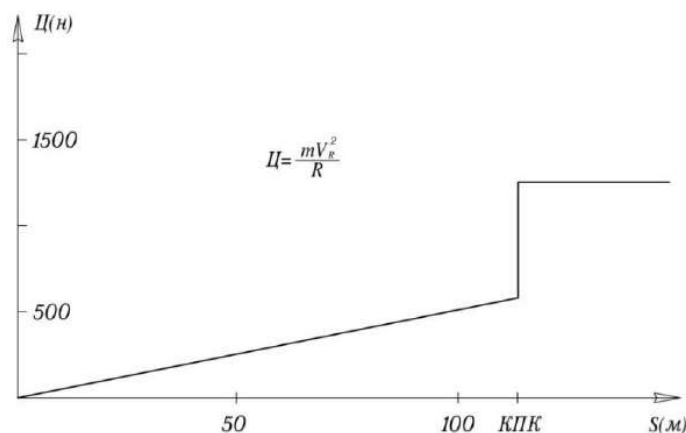


Рис. 3. График изменения центробежной силы, действующей на автомобиль,двигающийся по применяемой в настоящее время кривой

Результаты

Результатами исследования является вывод уточненных параметрических уравнений тормозной кривой с целью повышения технико-экономических показателей и безопасности движения.

Суть вывода можно проследить в следующих рассуждениях и математических преобразованиях.

Сначала преобразуем исходную формулу тормозной кривой (15) из работ [5, 6, 7, 8, 10].

Поскольку замедление $a = (V_R - V_0)/t$, где $t = L/V_{cp}$ – время проезда по кривой, и $V_{cp} = (V_0 + V_R)/2$, то не сложно установить, что длина тормозной кривой равна:

$$L = (V_r^2 - V_0^2)/2a \quad (40)$$

А расстояние S до точки с радиусом r будет равно:

$$S = (V_r^2 - V_0^2)/2a \quad (41)$$

Тогда скорость движения в точке i кривой, где радиус равен r на расстоянии S от ее начала будет

$$V_r = V_0^2 + 2aS \quad (42)$$

В отличие от

$$V_r = V_0^2 - 2aS \quad (26,35,97) \quad (43)$$

Учитывая знак величины a : плюс – ускорение, минус – замедление. Изменение центробежного ускорения происходит в пропорциональной зависимости от продолжительности движения, поэтому

$$\frac{v_r^2}{r} = Qt = \frac{Q(V_r - V_0)}{a} \quad (44)$$

В конце переходной кривой $\frac{v_R^2}{R} = Qt = \frac{Q(V_r - V_0)}{a}$.

Значит коэффициент пропорциональности равен:

$$Q = \frac{v_R^2 a}{R(V_R - V_0)} \quad (45)$$

Подставляя (45), (43) в (44), путем элементарных указанных зависимостей получаем исходную формулу тормозной кривой, отвечающую реальным условиям движения:

$$r = \frac{(V_0^2 + 2aS)(V_r - V_0)}{v_R^2 (\sqrt{V_0^2 + 2aS} - V_0)} * R \quad (46)$$

Поскольку допускаемый минимальный радиус кривой равен: $R = \frac{V_R^2}{g(\mu+i_b)}$ то при коэффициенте поперечной силы $\mu=0,15$ и при уклоне виража $i_b=0,06$, радиус в конце тормозной переходной кривой будет равен

$$R = \frac{V_R^2}{2}, (M) \tag{47}$$

где V_R – выражено в м/с.

Величина $9,8/g$ сокращена, и для простоты дальнейших вычислений ее записывать не будем. Принимая обозначения:

$$k = \frac{2a}{V_0^2} \tag{48}$$

$$u = \frac{2V_0}{a(V_r - V_0)} \tag{49}$$

получим:

$$r = \frac{2}{uk} * \frac{1+ks}{\sqrt{1+ks}-1} \tag{50}$$

В конце тормозной кривой, где $s = L$ и $r = R$, с учетом (42) и (43), уравнение (50) приобретает вид:

$$R = \frac{V_R^2}{2} \tag{51}$$

Известно, что центральный угол, стягиваемый дугой окружности равен длине этой дуги, деленной на радиус. Соответственно выглядит дифференциальное уравнение $d\varphi = \frac{ds}{r}$, решая которое найдем (рисунок 2):

$$\varphi = \int_0^s \frac{ds}{r} = u\{\sqrt{1+ks} - \frac{1}{2} \ln(1+ks) - 1\} \tag{52}$$

Для нахождения декартовых координат x и y решаем дифференциальные уравнения

$$dx = ds \cos \varphi \tag{53}$$

$$dy = ds \sin \varphi \tag{54}$$

Получим

$$x = \int_0^s \cos \varphi * ds = \int_0^s \left(1 - \frac{\varphi^2}{2!} + \dots\right) ds = S - \frac{1}{2} \int_0^s \varphi^2 ds. \tag{55}$$

Учитывая (52) далее получим:

Интегрируем почленно: $\int_0^s 2 ds = 2s$; $\int_0^s ks ds = \frac{ks^2}{2}$;

$$\int_0^s \frac{1}{4} \ln^2(1+ks) ds = \frac{1+ks}{4k} \{ \ln^2(1+ks) - 2 \ln(1+ks) + 2 \} - \frac{1}{2k};$$

$$\int_0^s -\sqrt{1+ks} \ln(1+ks) ds = \frac{2}{3k} \sqrt{(1+ks)^3} \left\{ \frac{2}{3} - \ln(1+ks) \right\} - \frac{4}{9k};$$

$$\int_0^s -2\sqrt{1+ks} ds = -\frac{4}{3k} \sqrt{(1+ks)^3} + \frac{4}{3k};$$

$$\int_0^s \ln(1+ks) ds = \frac{1+ks}{k} \{ \ln(1+ks) - 1 \} + \frac{1}{k};$$

Вводим в результат интегрирования обозначение

$$Sk = 1 + ks \tag{57}$$

и, произведя элементарные преобразования, получим:

$$x = s - \frac{u^2 Sk}{4k} \left(1 + Sk + \ln Sk + \frac{1}{2} \ln^2 Sk - \frac{4}{3} \sqrt{Sk} \ln Sk - \frac{16}{9} \sqrt{Sk} - \frac{2}{9Sk}\right) \tag{58}$$

Далее также

$$y = \int_0^s \sin \varphi * ds = \int_0^s \left(\varphi - \frac{\varphi^3}{3!} + \dots\right) ds \tag{59}$$

Учитывая (52) имеем:

$$y = u \int_0^s \left\{ \sqrt{1+ks} - \frac{1}{2} \ln(1+ks) - 1 \right\} ds - \frac{u^3}{6} \int_0^s \left\{ 3\sqrt{1+ks} + (1+ks)\sqrt{1+ks} + \frac{3}{4}\sqrt{1+ks} \ln^2(1+ks) + \sqrt{1+ks} \ln(1+ks) - \frac{3}{2}(1+ks) \ln(1+ks) - 3(1+ks) + 2\sqrt{1+ks} \ln(1+ks) - \frac{3}{2 \ln(1+ks)} - \frac{1}{8} \ln^3(1+ks) - \frac{3}{4} \ln^2(1+ks) - 1 \right\} ds \quad (60)$$

Интегрируем почленно:

$$\begin{aligned} \int_0^s \sqrt{1+ks} ds &= \frac{2}{3k} \sqrt{(1+ks)^3} - \frac{2}{3k}; \\ \int_0^s -\frac{1}{2} \ln(1+ks) ds &= -\frac{1+ks}{2k} \{ \ln(1+ks) - 1 \} - \frac{1}{2k}; \\ \int_0^s -1 ds &= -S; \\ \int_0^s 3\sqrt{1+ks} ds &= \frac{2}{k} \sqrt{(1+ks)^3} - \frac{2}{5k}; \\ \int_0^s \left\{ \frac{3}{4} \sqrt{1+ks} \ln^2(1+ks) + \sqrt{1+ks} \ln(1+ks) \right\} ds &= \frac{1}{2k} \sqrt{(1+ks)^3} \ln^2(1+ks); \\ \int_0^s -\frac{3}{2} (1+ks) \ln(1+ks) ds &= -\frac{3}{4k} (1+ks)^2 \ln(1+ks) + \frac{3}{8k} (1+ks)^2 - \frac{3}{8k}; \\ \int_0^s -3(1+ks) ds &= -3S - \frac{3ks^2}{2}; \\ \int_0^s 2\sqrt{1+ks} \ln(1+ks) ds &= \frac{4}{3k} \sqrt{(1+ks)^3} \left\{ \ln(1+ks) - \frac{2}{3} \right\} + \frac{8}{9k}; \\ \int_0^s -\frac{3}{2} \ln(1+ks) ds &= \frac{3}{2k} (1+ks) \{ 1 - \ln(1+ks) \} - \frac{3}{2k}; \end{aligned}$$

Введем в результат интегрирования, как и ранее обозначение $Sk = 1 + ks$ произведем элементарные преобразования и, переписав, (57) получим уточненные параметрические уравнения тормозной кривой:

$$\begin{aligned} y &= \frac{usk}{2k} \left(\frac{4}{3} \sqrt{Sk} - \ln Sk - \frac{1}{Sk} - 1 \right) - \frac{u^3 Sk}{6k} \left(\frac{10}{9} \sqrt{Sk} + \frac{2}{5} \sqrt{Sk^3} + \frac{1}{2} \sqrt{Sk} \ln^2 Sk - \frac{3}{4} Sk \ln Sk - \frac{9}{8} Sk + \frac{4}{3} \sqrt{Sk} \ln Sk - \frac{3}{8} \ln^2 Sk - \frac{1}{8} \ln^3 Sk - \frac{3}{4} \ln Sk - \frac{1}{4} - \frac{49}{360Sk} \right); \\ x &= s - \frac{u^2 Sk}{4k} \left(1 + Sk + \ln Sk + \frac{1}{2} \ln^2 Sk - \frac{4}{3} \sqrt{Sk} \ln Sk - \frac{16}{9} \sqrt{Sk} - \frac{2}{9Sk} \right) \end{aligned}$$

Для практических целей можно ограничиться значениями:

$$\begin{cases} y = \frac{usk}{2k} \left(\frac{4}{3} \sqrt{Sk} - \ln Sk - \frac{1}{3Sk} - 1 \right) \\ x = S - \frac{u^2 Sk}{4k} \left(1 + Sk + \ln Sk + \frac{1}{2} \ln^2 Sk - \frac{4}{3} \sqrt{Sk} \ln Sk - \frac{16}{9} \sqrt{Sk} - \frac{2}{9Sk} \right); \end{cases} \quad (61)$$

где $Sk = 1 + \frac{2as}{v_0^2}$ (переменная величина), $u = \frac{2V_0g}{a(V_R - V_0)9.8}$; $k = \frac{2a}{v_0^2}$ (постоянные величины).

Для проверки дифференцируем (60), подставляем полученное в (17) для радиуса в конце кривой, где $S=L$ и произведя элементарные преобразования, получим:

$$R = \frac{v_R^2}{2} \quad (62)$$

Отсюда можно сделать вывод, что уточненные уравнения (1.70) и (1.71) соответствуют исходному уравнению (50) или (51). Это соответствие подтверждается также многими численными примерами. Но, следует отметить, что уравнения (60) точнее уравнений (61). Кривая (60) в конечной точке имеет радиус кривизны соответствующий $R = \frac{v_R^2}{2}$ с точностью до 0,1м, а кривая (61) – с точностью до 1,7м в отличие

от кривой (13), которая в конечной точке имеет радиус кривизны соответствующий необходимому $R = \frac{v_R^2}{2}$ с точностью до 60-120 м. Однако уравнения (60) и (61) довольно громоздки и неудобны. Поэтому сделаем попытку упростить параметрические уравнения тормозных кривых (60), (61) без уменьшения их точности.

Введем обозначение

$$\gamma = \sqrt{1 + kS} - 1 \tag{63}$$

Тогда (52) представится в виде: $\varphi = u\{\gamma - \ln(1 + \gamma)\}$.

Разложим $\ln(1 + \gamma)$ в ряде Тейлора: $\ln(1 + \gamma) = \frac{\gamma}{1} - \frac{\gamma^2}{2} + \frac{\gamma^3}{3} - \frac{\gamma^4}{4} + \frac{\gamma^5}{5} \dots$

Тогда

$$\varphi = u\left(\frac{\gamma^2}{2} - \frac{\gamma^3}{3} + \frac{\gamma^4}{4} - \frac{\gamma^5}{5} \dots\right) \tag{64}$$

Выражение (63) можно представить в виде: $(\gamma + 1)^2 = 1 + kS$

Дифференцируя это выражение получим: $2(\gamma + 1)d\gamma = kds$

Отсюда

$$dS = \frac{2(\gamma+1)}{k} d\gamma \tag{65}$$

Декартовы координаты текущей точки тормозной кривой определяются решением дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} dx &= ds \cos\varphi \\ dy &= ds \sin\varphi \end{aligned}$$

Раскладывая $\cos\varphi$ в ряд и оставляя два первых члена ряда, получим $dx = \left(1 - \frac{\varphi^2}{2}\right) dS$.

Проинтегрируем это выражение с учетом (1.74) и (1.75):

$$\begin{aligned} x &= \int_0^S \left\{1 - \frac{u^2}{2} \left(\frac{\gamma^4}{4} + \frac{\gamma^6}{9} - \frac{\gamma^5}{3}\right)\right\} * \frac{2}{k} (\gamma + 1) d\gamma = \int_0^S \frac{2}{k} (\gamma + 1) d\gamma - \frac{u^2}{k} \int_0^S \left(\frac{\gamma^5}{4} + \frac{\gamma^7}{9} - \frac{\gamma^6}{3}\right) d\gamma - \frac{u^2}{k} \int_0^S \left(\frac{\gamma^4}{4} + \frac{\gamma^6}{9} - \frac{\gamma^5}{3}\right) d\gamma; \\ x &= S - \frac{u^2}{k} \int_0^S \left(\frac{\gamma^4}{4} - \frac{\gamma^5}{12} - \frac{2\gamma^6}{9}\right) d\gamma = S - \frac{u^2}{k} \gamma^5 \left(\frac{1}{20} - \frac{\gamma}{72} - \frac{2\gamma^2}{63}\right) = S - \frac{u^2}{4k} \gamma^5 \left(\frac{1}{5} - \frac{\gamma}{18} - \frac{\gamma^2}{10}\right). \end{aligned} \tag{66}$$

Раскладывая в ряд и оставляя два члена ряда, получим (с учетом 65)

$$dy = ds \sin\varphi = \frac{2(\gamma + 1) \sin\varphi}{k} d\gamma = \frac{2(\gamma + 1)}{k} \left(\varphi - \frac{\varphi^3}{6}\right) d\gamma$$

Проинтегрируем это выражение в учетом (64):

$$\begin{aligned} y &= \frac{2u}{k} \int_0^S \left(\frac{\gamma^2}{2} - \frac{\gamma^3}{3} + \frac{\gamma^4}{4}\right) (\gamma + 1) d\gamma - \frac{u^3}{3k} \int_0^S \left(\frac{\gamma^6}{8} - \frac{\gamma^7}{4}\right) (\gamma + 1) d\gamma = \frac{2u}{k} \int_0^S \left(\frac{\gamma^3}{2} - \frac{\gamma^4}{3} + \frac{\gamma^5}{4} + \frac{\gamma^2}{2} - \frac{\gamma^3}{3} + \frac{\gamma^4}{4}\right) d\gamma - \\ &\quad \frac{u^3}{3k} \int_0^S \left(\frac{\gamma^7}{8} - \frac{\gamma^8}{4} + \frac{\gamma^6}{8} - \frac{\gamma^7}{4}\right) d\gamma = \frac{u}{3k} \gamma^3 \left(1 + \frac{\gamma}{4} - \frac{\gamma^2}{10} + \frac{\gamma^3}{4} - \frac{\gamma^4}{56} u^2\right). \end{aligned}$$

Окончательно получим еще один вариант уточненных параметрических уравнений тормозной кривой:

$$\begin{aligned} x &= S - \frac{u^2}{4k} \gamma^5 \left(\frac{1}{5} - \frac{\gamma}{18} - \frac{\gamma^2}{10}\right) \\ y &= \frac{u}{3k} \gamma^3 \left(1 + \frac{\gamma}{4} - \frac{\gamma^2}{10} + \frac{\gamma^3}{4} - \frac{\gamma^4}{56} u^2\right) \end{aligned} \tag{67}$$

где $\gamma = \sqrt{1 + kS} - 1$ (переменная величина – S).

$k = \frac{2a}{v_0^2}$; $u = \frac{2v_0g}{a(v_R - v_0)^{9.8}}$ (постоянные величины).

Указанные уравнения выводились автором несколько раз с последовательным увеличением их точности, соответственно увеличивая процесс выводов количество членов расположения в ряд. Точность уравнений проверялась соответствием их исходной формуле тормозной кривой (16) или (23) с помощью формулы радиуса кривизны кривой (17). Например: продифференцируем дважды x и y из (67) с учетом (68):

$$x' = 1 - \frac{u^2}{4k} \left(\gamma^4 - \frac{\gamma^5}{3} - \frac{7\gamma^6}{10}\right) \frac{k}{2(\gamma+1)} = 1 - \frac{u^2}{8(\gamma+1)} \left(\gamma^4 - \frac{\gamma^5}{3} - \frac{7\gamma^6}{10}\right); \tag{68}$$

$$x'' = -\frac{u^2}{12(\gamma+1)^3} \gamma^3 \left(3 + \gamma - \frac{83}{20} \gamma^2 - \frac{21}{8} \gamma^3 \right); \quad (69)$$

$$y' = \frac{u}{6(\gamma+1)} \left(3\gamma^2 + \gamma^3 - \frac{\gamma^4}{2} + \frac{3\gamma^5}{2} - \frac{\gamma^6}{8} u^2 \right); \quad (70)$$

$$y'' = \frac{u^2}{2(\gamma+1)^3} \gamma \left\{ 1 + \gamma + \gamma^3 + \gamma^4 - \frac{u^2}{48} (6\gamma^4 + 5\gamma^5) \right\} \quad (71)$$

Подставляем полученное в формулу (17)

$$R = \frac{2(\gamma+1)^3}{uk\gamma \sqrt{\frac{u^2\gamma^4}{36} \left(3 - \gamma - \frac{79}{16}\gamma^2 - \frac{105}{32}\gamma^3 \right)^2 + \left\{ 1 + \gamma + \gamma^3 + \gamma^4 - \frac{u^2}{48} (6\gamma^4 + 5\gamma^5) \right\}}} \quad (72)$$

Результаты вычислений сравнивались с величиной $R = \frac{V_R^2}{2}$

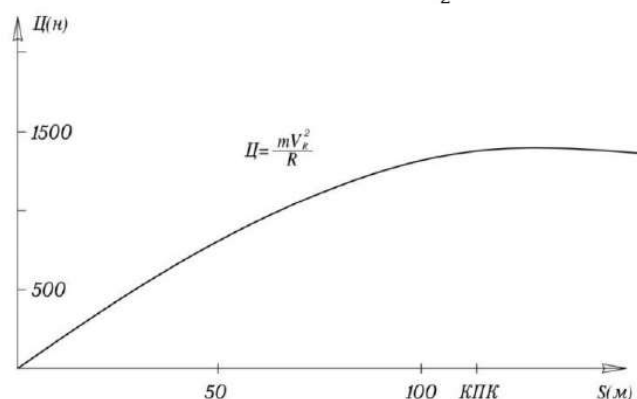


Рис. 4. График изменения центробежной силы, действующей на автомобиль,двигающийся по уточненной тормозной кривой (60 или 67)

Заключение

Итак, радиусы кривизны в конечных точках четырех кривых (60), (62), (67) и (13) соответствуют необходимому радиусу кривизны $R = \frac{V_R^2}{2}$ с точностью равной соответственно 0,1м, 1,7м, 0,6м и 90м. Отсюда можно сделать вывод, что при проектировании и разбивке тормозных кривых следует пользоваться уточненными параметрическими уравнениями, предложенными автором (60) или (67), а также (62) и нельзя пользоваться уравнениями (13), применяемыми в настоящее время.

Для сравнения на рисунках 3 и 4 представлены графики изменения центробежной силы, действующей на транспортную единицу,двигающуюся по траекториям (13) и (67) соответственно. Для траектории (13), как отображают графики характерен скачок центробежной силы, существенно угрожающий безопасности движения при переходе автомобиля с тормозной кривой, а для траектории (67) или (60) напротив, характерно плавное изменение центробежной силы, что благоприятно действует на безопасность и технико-экономические показатели движения. Абсциссы и ординаты переходной кривой (13) x_{13} и y_{13} и уточненной тормозной кривой (67) или (60) x_{58} и y_{58} существенно отличаются друг от друга.

Обзор современного состояния дорожных сооружений и закруглений, встречающихся на лесовозных автомобильных дорогах, анализ их геометрических и динамических характеристик показывает в частности, что тормозные переходные кривые транспортных развязок не в полной мере соответствуют технико-экономическим требованиям безопасного движения с изменяющейся скоростью. В связи с этим, выведенные автором уточненные параметрические уравнения тормозных кривых повышают безопасность и экономичность движения на транспортных развязках.

Литература

1. Кравченко В.Е., Самцов В.В., Тихомиров П.В., Никитин В.В., Болтнев Д.Е., Мацнев М.В, Анализ влияния погодных-климатических факторов на системы комплекса водитель-автомобиль-дорога-среда // Молодежный вектор развития аграрной науки. – Воронеж: Воронежский государственный аграрный университет, 2019. - С. 125-132.

2. Козлов В.Г. Результаты исследования колееобразования на грунтовых усах лесовозных дорог // Вестник Московского государственного университета леса - Лесной вестник. - 2016. - Т.20. - № 2. - С. 159-166.

3. Курьянов В.К. Расчетная схема и дифференциальные уравнения движения автомобиля при торможении на криволинейном участке дороги с продольным и поперечным уклонами // Депонированная рукопись № 249-В2005 21.02.2005.

4. Курьянов В.К., Скрыпников А.В., Кондрашова Е.В. Энергосберегающие проектные решения. Технологии, машины и производство лесного комплекса будущего: Международная научно-практическая конференция, посвященная 50-летию лесоинженерного факультета. - 2004. - С. 81-92.

5. Кравченко В.Е., Самцов В.В., Тихомиров П.В., Никитин В.В., Болтнев Д.Е., Мацнев М.В. Выбор мероприятий по обеспечению сцепных качеств дорожных покрытий // Молодежный вектор развития аграрной науки. – Воронеж: Воронежский государственный аграрный университет, 2019. - С. 338-351.

6. Микова Е.Ю., Никитин В.В., Тихомиров П.В., Брюховецкий А.Н., Высоцкая И.А., Тимофеев В.А., Щербаков Е.Д. Графо-аналитический метод построения перспективных изображений лесовозных автомобильных дорог // Механизация и автоматизация технологических процессов в сельскохозяйственном производстве: материалы национальной научно-практической конференции. - Воронеж, 2020. - С. 225-229.

7. Дорохин С.В., Скрыпников А.В. Обоснование области применения информационных устройств и их эффективность на участках лесных автомобильных дорог // Современные проблемы науки и образования. - 2015. - № 1-1. - С. 87.

8. Боровлев А.О., Торопцев В.В., Никитин В.В., Тихомиров П.В., Брюховецкий А.Н., Тимофеев В.А. Зрительная ясность криволинейных участков лесовозной автомобильной дороги // Системный анализ и моделирование процессов управления качеством в инновационном развитии агропромышленного комплекса: материалы V Международной научно-практической конференции, в рамках реализации Ассоциации «Технологическая платформа «Технологии пищевой и перерабатывающей промышленности АПК – продукты здорового питания». Воронеж. гос. ун-т инж. технол., 2021. - С. 294-310.

9. Скрыпников А.В., Козлов В.Г., Саблин С.Ю., Никитин В.В., Самцов В.В., Слюсарев А.В. Количественная оценка влияния характеристик компонентов ландшафта на сложность строительства лесовозных автомобильных дорог // Актуальные направления научных исследований для эффективного развития АПК: материалы международной научно-практической конференции. - Воронеж, 2020. - С. 244-251.

10. Курьянов В.К. Система повышения транспортно-эксплуатационного уровня автомобильных дорог Республики Коми. - Воронеж, 2005.

11. Дорохин С.В. Повышение эффективности пассивной безопасности на участках лесовозных автомобильных дорог // Современные проблемы науки и образования. - 2015. - № 1-1. - С. 90.

12. Скрыпников А.В., Дорохин С.В., Чистяков А.Г., Чернышова Е.В. // Модель движения автомобилей на участках дорог с ограниченной видимостью / Вестник Воронежского государственного университета инженерных технологий. – 2014. – № 4(62). – С. 81-85.

13. Гусейнов Э.М., Гусейнов Р.Э., Гусейнова Н.Э., Нгуен Л.Л. // Исследование тормозной динамики колесного лесохозяйственного трактора / Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. – 2015. – Т. 3. – № 5-4(16-4). – С. 73-77. – DOI 10.12737/16209.

14. Ивченко. Д. С., Кириленко И.А. Повышение скоростей движения на автомобильных дорогах Республики Беларусь: проблемное поле и перспективы развития направления // Фундаментальные и прикладные исследования молодых учёных: Сборник материалов III Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых учёных, Омск, 07–08 февраля 2019 года. – Омск: Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет (СибАДИ), 2019. – С. 143-148.

15. Дорохин, С. В. Методика расчета допустимой скорости движения по криволинейной траектории // Мир транспорта и технологических машин. – 2014. – № 3(46). – С. 110-117.

©Тихомиров П.В. – канд. техн. наук, доцент, заведующий кафедрой транспортнотехнологических машин и сервиса, ФГБОУ ВО «Брянский государственный инженерно-технологический университет» (ФГБОУ ВО «БГИТУ»), e-mail: vtichomirov@mail.ru; Швецова В.В. – канд. техн. наук, доцент кафедры начертательной геометрии и инженерной графики, ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет», e-mail: vikt.schvetzova2012@yandex.ru; Саранов И.А. – канд. техн. наук, старший преподаватель кафедры информационной безопасности, e-mail: mr.saranov@mail.ru; Сапелкин Р.С. –

преподаватель цикловой комиссии информационных технологий, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет инженерных технологий» (ФГБОУ ВО «ВГУИТ»), e-mail: charls5796@mail.ru; **Брюховецкий А.Н.** – докторант кафедры информационной безопасности, ФГБОУ ВО «ВГУИТ», e-mail: ABN1985@inbox.ru; **Щербakov Е.Д.** – экстерн кафедры информационной безопасности, ФГБОУ ВО «ВГУИТ», e-mail: ESD88@inbox.ru.

UDC 630.383

«NEW TYPE» OR KADIODID CURVES, BRAKING CURVE AND KLOTOID PAPER TITLE

P.V. Tikhomirov, V.V. Shvetsova, A.B. Bondarev, I.A. Saranov, R.S. Sapelkin

The article is devoted to curved sections, which largely determine the level of technical and economic indicators and traffic safety. Loop-shaped and straight left-turn ramps, characterized by a complex combination of horizontal and vertical curves, are subject to breakdown. As a vertical curve, a square parabola is most often used here, horizontal curves are the most appropriate for the real conditions of movement at forest turning ramps - braking curves (serpentine). Flat spatial roundings are of interest. These sections are formed by connecting the horizontal and vertical curves into a single plane-spatial curve. The breakdown of such roundings is unproductively divided into vertical and horizontal. Design and survey work on existing roads is carried out mainly by traditional geodetic methods. Thus, the purpose of geodetic measurements is to supplement the topographic information about the road with a variety of data related to the determination of geometric elements, technical and operational indicators and other road parameters that are necessary for the designer to make the best decision. Using the information about the road obtained as a result of processing in office conditions without additional geodetic work at the object of study. Moreover, modern advances in the field of computer technology make it possible to fully automate cameral processes associated with the processing of terrestrial stereophotogrammetry materials.

Keywords: *braking curve, centrifugal force, trajectory, curvature, clothoid, curve, radius of curvature, braking curve elements.*

References

1. Kravchenko V.Ye., Samtsov V.V., Tikhomirov P.V., Nikitin V.V., Boltnev D.Ye., Matsnev M.V. [Analysis of the influence of weather and climate factors on the systems of the complex driver-car-road-environment] *Molodezhnyy vektor razvitiya agrarnoy nauki* [Youth vector of agricultural science development] 2019. pp. 125-132. (In Russ.)
2. Kozlov V.G. The results of the study of rutting on unpaved mustaches of logging roads [Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo universiteta lesa - Lesnoy vestnik.] *Bulletin of the Moscow State Forest University - Forest Bulletin.* 2016. T.20 No. 2, pp. 159-166. (In Russ.)
3. Kuryanov V.K. [Calculation scheme and differential equations of car movement during braking on a curved section of road with longitudinal and transverse slopes] *Deponirovannaya rukopis'* [Deposited manuscript] No. 249-B2005 02.21.2005. (In Russ.)
4. Kuryanov V.K., Skrypnikov A.V., Kondrashova E.V. [Energy-saving design solutions. Technologies, machines and production of the forest complex of the future] *Mezhdunarodnaya nauchno- prakticheskaya konferenciya, posvyashchennaya 50-letiyu lesoinzhenernogo fakul'teta* [An international scientific and practical conference dedicated to the 50th anniversary of the Faculty of Forestry Engineering] 2004. pp. 81-92. (In Russ.)
5. Kravchenko V.E., Samtsov V.V., Tikhomirov P.V., Nikitin V.V., Boltnev D.E., Matsnev M.V. [The choice of measures to ensure the coupling qualities of road surfaces] *Molodezhnyy vektor razvitiya agrarnoy nauki* [Youth vector of agricultural science development]. 2019. pp. 338-351. (In Russ.)
6. Mikova E.Yu., Nikitin V.V., Tikhomirov P.V., Bryukhovetsky A.N., Vysotskaya I.A., Timofeev V.A., Shcherbakov E.D. [Grapho-analytical method of constructing perspective images of logging highways. Mechanization and automation of technological processes in agricultural production] *materialy nacional'noj nauchno-prakticheskoy konferencii* [Materials of the national scientific and practical conference]. 2020. pp. 225-229. (In Russ.)
7. Dorokhin S.V., Skrypnikov A.V. [Substantiation of the field of application of information devices and their effectiveness on forest highway sections] *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya № 1-1.* [Modern problems of science and education] - 2015. No. 1-1 - p. 87. (In Russ.)

8. Borovlev A.O., Toroptsev V.V., Nikitin V.V., Tikhomirov P.V., Bryukhovetsky A.N., Timofeev V.A. [Visual clarity of curved sections of a logging highway. System analysis and modeling of quality management processes in the innovative development of the agro-industrial complex] *Materialy V Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii, v ramkah realizacii Asociacii «Tekhnologicheskaya platforma «Tekhnologii pishchevoj i pererabatyvayushchej promyshlennosti APK – produkty zdorovogo pitaniya»*. [Materials of the V International Scientific and Practical Conference, within the framework of the implementation of the Association "Technological the platform "Technologies of the food and processing industry of the agro-industrial complex - healthy food products"] 2021. pp. 294-310. (In Russ.)

9. Skrypnikov A.V., Kozlov V.G., Sablin S.Yu., Nikitin V.V., Samtsov V.V., Slyusarev A.V. [Quantitative assessment of the influence of the characteristics of landscape components on the complexity of the construction of logging highways] *Aktual'nye napravleniya nauchnyh issledovaniy dlya effektivnogo razvitiya APK: materialy mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii* [Current directions of scientific research for the effective development of agriculture: materials of the international scientific and practical conference] 2020. pp. 244-251. (In Russ.)

10. Kuryanov V.K. [The system of increasing the transport and operational level of highways of the Komi Republic] 2005. (In Russ.)

11. Dorokhin S.V. [Improving the efficiency of passive safety on sections of logging highways] *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya* [Modern problems of science and education] 2015. - № 1-1 - p. 90. (In Russ.)

12. A.V. Skrypnikov, S. V. Dorokhin, A. G. Chistyakov, E. V. Chernyshova [Model of car movement on road sections with limited visibility] *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta inzhenernyh tekhnologij* [Bulletin of the Voronezh State University of Engineering Technologies] 2014. -№ 4(62) – Pp. 81-85. (In Russ.)

13. Huseynov E.M., Huseynov R.E., Huseynova N.E., Nguyen L.L. [Research of braking dynamics of a wheeled forestry tractor] *Aktual'nye napravleniya nauchnyh issledovaniy XXI veka: teoriya i praktika* [Current directions of scientific research of the XXI century: theory and practice] 2015. – T. 3. – № 5-4(16-4). – Pp. 73-77. (In Russ.)

14. Ivchenko. D. S., Kirilenko I.A. [Increasing traffic speeds on the highways of the Republic of Belarus: a problem field and prospects for the development of the direction] *Fundamental'nye i prikladnye issledovaniya molodyh uchyonyh: Sbornik materialov III Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii studentov, aspirantov i molodyh uchyonyh* [Fundamental and applied research of young scientists: A collection of materials of the III International Scientific and Practical Conference of students, postgraduates and young scientists] 07-08, 2019.– pp. 143-148. (In Russ.)

15. Dorokhin, S. V. [Methodology for calculating the permissible speed of movement along a curved trajectory] *Mir transporta i tekhnologicheskikh mashin* [World of transport and technological machines] – 2014. – № 3(46). – Pp. 110-117. (In Russ.)

©**Tikhomirov P.V.** – PhD in Engineering sciences, Associate Professor, Head of the Department of Technological Machines and Services of Transport, Bryansk State Technological University of Engineering (BSTUE), e-mail: vtichomirov@mail.ru; **Shvetsova V.V.** – PhD in Engineering sciences, Associate Professor of the Department of Descriptive Geometry and Engineering Graphics, St. Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, e-mail: vikt.schvetzova2012@yandex.ru; **Saranov I.A.** – PhD in Engineering sciences, Senior Lecturer of the Department of Information Security, Voronezh State University of Engineering Technologies (VSUET), e-mail: mr.saranov@mail.ru; **Sapelkin R.S.** – Teacher of the cycle commission of information technologies, VSUET, e-mail: charls5796@mail.ru; **Bryukhovetskiy A.N.** – PhD student of the Department of Intellectual Security, VSUET, e-mail: ABN1985@inbox.ru; **Shcherbakov E.D.** – external student of the Department of Information Security, VSUET, e-mail: ESD88@inbox.ru.